直観論理に基づく互いに双対なファジィシステム

直観論理に基づく互いに双対なファジィシステム

和　泉　孔　二

Mutually Dual Fuzzy Systems Based on the Intuitionistic Logic

Koji IZUMI

As was shown by the studies of Sanchez et al., it is well known that the resolution of composite fuzzy relational equations is useful in the identification problem of fuzzy systems. In their discussions, the system is represented by ο-composition which can be considered as an extension of sup-min composition. It, however, is not always true that the performance of the actual system can be represented convently by this scheme.

From such viewpoints, this paper discusses the system with properties contrasting to the system represented by ο-composition. Such a system can be represented by @-composition, which was used by Sanchez in the resolution of ο-composite fuzzy relational equations. Furthermore, the duality of two kinds of fuzzy systems repersented by ο-and@-compositions is discussed on the basis of intuitionistic logic.

1．は　じ　め　に

Zadeh[8]によって与えられたファジィ集合の概念は，その後，Goguen[2]によりL－ファジィ集合へと拡張された。また，Goguen[3]は真理値集合である束Lを完備束半群に限定した場合のL－ファジィ論理を展開し，いわゆる“数字の危機”に対処する1つの手段としてBrouwerによって創始された直観論理との関連性を論じている。

一方，Sanchez[4]は合成ファジィ関係式の逆問題にある種の解を与えた。これは，Zadeh[9]やGoguen[2]が指摘したように，ファジィシステムの定式化にファジィ関係が有効であるということに応えたものである。また，Sanchez[5]はそれを医療診断モデルに適用するにあたり，そのモデルが直観論理を認識していると都合のよいことを示唆している。

本論文では，まずGoguenによって与えられたL－ファジィ集合を，直観論理の代表的なモデルとなる束であり，位相の代数的一般化でもある完備Heyting代数を真理値集合とするものに限定する。そのとき，Sanchez[4),5)]の示した結果より構成されるファジィシステムと，それとは逆の発想より構成できるファジィシステムとを直観論理のもとで再認識し，それらが「直観論理に基づく互いに双対なファジィシステムである」ことを示す。

　

2．直観論理からの準備

以下の議論に必要なことがらで直観論理に関する結果を列記する。構成は，竹内[6),7)]に従う。

〔定義１〕　完備束Ωが次の条件を満たすとき，完備Heyting代数という。すなわち，$p\in\Omega$, $q_i\in\Omega\ (i\in I)$に対し，

$$p\wedge\bigvee_i q_i=\bigvee_i(p\wedge q_i) \tag{1}$$

ここに，添字集合Iは無限集合でもよいものとする。以後，完備Heyting代数のことをcomplete Heyting algebraの略としてcHaと書くことにする。

〔定義２〕　cHaが直観論理のモデルとなる束であることを保証する演算$\wedge$, $\rightarrow$, $\neg$を次のように定める。すなわち，p_i, p, $q\in\Omega$に対し，

$$\bigwedge p_i=\bigvee\{r\in\Omega\mid r\leq p_i\ (i\in I)\} \tag{2}$$

$$p\rightarrow q=\bigvee\{r\in\Omega\mid p\wedge r\leq q\} \tag{3}$$

$$\neg p=p\rightarrow 0 \tag{4}$$

このとき，0はΩの最小元である。上限$\vee$と下限$\wedge$の存在は，Ωに最大元１と最小元０があることを示す。

次に，直観論理における命題の計算に有効な性質のうち，以下の展開に必要なものを掲げる。

〔定理１〕　a, b, c, a_i, $b_i\in\Omega$, $(i\in I)$のとき，

$$a\rightarrow b=1\ \Leftrightarrow\ a\leq b \tag{5}$$

$$a\rightarrow(b\rightarrow c)=(a\wedge b)\rightarrow c \tag{6}$$

$$a\wedge b\leq c\ \Leftrightarrow\ b\leq(a\rightarrow c) \tag{7}$$

$$a\wedge(a\rightarrow b)\leq b \tag{8}$$

$$a\rightarrow(b\vee c)\geq(a\rightarrow b) \tag{9}$$

$$a\rightarrow(a\wedge b)\geq b \tag{10}$$

$$a\geq b\ \Leftrightarrow\ (a\rightarrow c)\leq(b\rightarrow c) \tag{11}$$

$$a\geq b\ \Leftrightarrow\ (c\rightarrow a)\geq(c\rightarrow b) \tag{12}$$

$$(\bigvee a_i)\rightarrow b=\bigwedge(a_i\rightarrow b) \tag{13}$$

$$(\bigwedge a_i)\rightarrow b=\bigvee(a_i\rightarrow b) \tag{14}$$

$$a\rightarrow(\bigvee b_i)\geq\bigvee(a\rightarrow b_i) \tag{15}$$

$$a\rightarrow(\bigwedge b_i)=\bigwedge(a\rightarrow b_i) \tag{16}$$

（注意）Birkoff[1)]は，(5), (6)を満たし，０と１をもつ束で表現されるような命題論理をBrouwer論理と呼んでいる。

3．合成ファジィ関係式の解法

まず，Goguen[2)]によって与えられたL－ファジィ集合を，次のように限定したものとして考える。

〔定義3〕　ΩをcHaとするとき，集合X上のΩ－ファジィ集合Aを次のような関数として定義する。

$$A : X \to \Omega \tag{17}$$

このとき，命題Pの真理値を$[\![P]\!]$と表すことにすれば，$x \in X$に対し，

$$[\![x \in A]\!] = A(x) \tag{18}$$

が成立しているものとする。

また，集合X上のΩ－ファジィ集合全体のクラスを$\mathcal{L}(X)$と表すことにし，以後Ω－ファジィ集合のことを単に，ファジィ集合と呼ぶことにする。

〔定義4〕　ファジィ集合A，$B \in \mathcal{L}(x)$に対し，$A \subseteq B$であるということを

$$A(x) \leqq B(x) \qquad \forall x \in X \tag{19}$$

で定義し，$A = B$であるということを，$A \subseteq B$かつ$A \supseteq B$が成立しているときとする。

〔定義5〕　集合Xと集合Yの間のファジィ関係RをX×Y上のファジィ集合，すなわち，$R \in \mathcal{L}(X \times Y)$と定義する。

〔定義6〕　ファジィ関係R，$S \in \mathcal{L}(X \times Y)$に対し，ファジィ集合の場合と同様に，$R \subseteq S$ということを

$$R(x, y) \leq S(x, y) \qquad \forall (x, y) \in X \times Y \tag{20}$$

で定義する。

〔定義7〕　ファジィ関係$R \in \mathcal{L}(X \times Y)$に対し，その逆ファジィ関係$R^{-1} \in \mathcal{L}(Y \times X)$を次のように定義する。

$$R^{-1}(y, x) = R(x, y) \qquad \forall (y, x) \in Y \times X \tag{21}$$

〔定義8〕　$Q \in \mathcal{L}(X \times Y)$，$R \in \mathcal{L}(Y \times Z)$に対し，QとRの○－合成　$Q \circ R \in \mathcal{L}(X \times Z)$を次のように定義する。

$$(Q \circ R)(x, z) = \bigvee_{y \in Y} [Q(x, y) \wedge R(y, z)] \tag{22}$$

〔定義9〕　$Q \in \mathcal{L}(X \times Y)$，$R \in \mathcal{L}(Y \times Z)$に対し，QとRの@－合成　$Q@R \in \mathcal{L}(X \times Z)$を次のように定義する。

$$(Q@R)(x, z) = \bigwedge_{y \in Y} [Q(x, y) \to R(y, z)] \tag{23}$$

以上の準備のもとに，合成ファジィ関係式の解法に関するSanchez[4),5)]によって示された定理と，それに対立する定理を述べる。

〔定理２〕 (Sanchez)

① $Q \in \mathcal{L}(X \times Y)$, $R \in \mathcal{L}(Y \times Z)$ に対し,

$$Q^{-1} @ (Q \circ R) \supseteq R \tag{24}$$

② $Q \in \mathcal{L}(X \times Y)$, $T \in \mathcal{L}(X \times Z)$ に対し,

$$Q \circ (Q^{-1} @ T) \subseteq T \tag{25}$$

③ $Q \in \mathcal{L}(X \times Y)$, $T \in \mathcal{L}(X \times Z)$ に対し,

$$\mathcal{R} = \{R \in \mathcal{L}(Y \times Z) \mid Q \circ R \subseteq T\}$$

とするとき, $Q^{-1} @ T$ は $\mathcal{R}$ における最大元である。

〔定理３〕 $Q \in \mathcal{L}(X \times Y)$, $R \in \mathcal{L}(Y \times Z)$ に対し,

$$Q^{-1} \circ (Q @ R) \subseteq R \tag{26}$$

（証明） $[Q^{-1} \circ (Q @ R)](y, z)$

$$= \bigvee_{x \in X} [Q^{-1}(y, x) \wedge \bigwedge_{t \in Y} (Q(x, t) \to R(t, z))]$$

$$= \bigvee_{x \in X} [Q(x, y) \wedge \{(Q(x, y) \to R(y, z)) \wedge \bigwedge_{t \neq y} (Q(x, t) \to R(t, z))\}]$$

$$\leq \bigvee_{x \in X} [Q(x, y) \wedge (Q(x, y) \to R(y, z))]$$

$$\leq \bigvee_{x \in X} R(y, z) \qquad \text{((8)による)}$$

$$= R(y, z) \qquad \text{(Q. E. D)}$$

〔定理４〕 $Q \in \mathcal{L}(X \times Y)$, $T \in \mathcal{L}(X \times Z)$ に対し,

$$Q @ (Q^{-1} \circ T) \supseteq T \tag{27}$$

（証明） $[Q @ (Q^{-1} \circ T)]\ (x, z)$

$$= \bigwedge_{y \in Y} [Q(x, y) \to \bigvee_{t \in X} (Q^{-1}(y, t) \wedge T(t, z))]$$

$$= \bigwedge_{y \in Y} [Q(x, y) \to \{(Q(x, y) \wedge T(x, z)) \vee \bigvee_{t \neq x} (Q(t, y) \wedge T(t, z))\}]$$

$$\geq \bigwedge_{y \in Y} [Q(x, y) \to (Q(x, y) \wedge T(x, z))] \qquad \text{((9)による)}$$

$$\geq \underset{y \in Y}{T}\ (x, z) \qquad \text{((10)による)}$$

$$= T(x, z) \qquad \text{(Q. E. D)}$$

〔定理５〕 $Q \in \mathcal{L}(X \times Y)$, $T \in \mathcal{L}(X \times Z)$ に対し,

$$\mathcal{R} = \{R \in \mathcal{L}(Y \times Z) \mid Q @ R \supseteq T\}$$

とするとき, $Q^{-1} \circ T$ は $\mathcal{R}$ における最小元である。

（証明）　$\mathcal{R} \neq \phi$　であることは，

$$1(y, z) = 1 \qquad \forall (y, z) \in Y \times Z$$

であるような恒等ファジィ関係 $1 \in \mathcal{L}(Y \times Z)$ を考えると，(3)および定義 9 より，任意の $Q \in \mathcal{L}(X, Y)$ と $T \in \mathcal{L}(X, Z)$ に対して，$Q @ 1 \supseteq T$　となることよりわかる。いま，任意の $R \in \mathcal{R}$ に対し，$Q @ R \supseteq T$　であるから，定義 8 より，

$$Q^{-1} \circ (Q @ R) \supseteq Q^{-1} \circ T$$

また，定理 3 より，

$$Q^{-1} \circ (Q @ R) \subseteq R$$

よって，

$$Q^{-1} \circ T \subseteq R$$

一方，定理 4 より，

$$Q @ (Q^{-1} \circ T) \supseteq T$$

であることより，

$$Q^{-1} \circ T \in \mathcal{R}$$

すなわち，$Q^{-1} \circ T$　は $\mathcal{R}$ の最小元である。　　　　　　　（Q. E. D）

4．直観論理による解釈

Birkoff[1] は直観論理の特殊な場合をBrouwer論理と呼んでいるが，Sanchez[5] はそれを用いて定理 2 で述べた合成ファジィ関係式　$Q \circ R \subseteq T$　を説明している。すなわち，$Q \in \mathcal{L}(X \times Y)$ と $T \in \mathcal{L}(X \times Z)$ が与えられているとき，それらの間の関係 $R \in \mathcal{L}(Y \times Z)$ が Q と T から決定できるとする。言い換えれば，任意の $x \in X$，$y \in Y$，$z \in Z$　に対して，

$$[R(y, z) \rightarrow (Q(x, y) \rightarrow T(x, z))] = 1 \tag{28}$$

が成立しているとすれば，(6)より，

$$\begin{aligned} & R(y, z) \rightarrow (Q(x, y) \rightarrow T(x, z)) \\ & = (R(y, z) \wedge Q(x, y)) \rightarrow T(x, z) \\ & = (Q(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow T(x, z) \end{aligned}$$

となり，また(5)より，(28)は次のように変形される。

$$(Q(x, y) \wedge R(y, z)) \leqq T(x, z) \tag{29}$$

よって，

$$\bigvee_{y \in Y} [Q(x, y) \wedge R(y, z)] \leqq T(x, z) \tag{30}$$

一方，(5)と(28)より，

$$R(y, z) \leqq (Q(x, y) \rightarrow T(x, z)) \tag{31}$$

ゆえに，

$$R(y,\ z) \leqq \bigwedge_{x \in X} [Q^{-1}(y,\ x) \to T(x,\ z)] \tag{32}$$

となり，定理２で示されたことがらが説明された。

次に，定理３，定理４，定理５で示されたことがらを直観論理によって解釈することを試みる。つまり，$Q \in \mathcal{L}(X \times Y)$と$R \in \mathcal{L}(Y \times Z)$が与えられているとすれば，当然QとRから$T \in \mathcal{L}(X \times Z)$が決定される。言い換えれば，任意の$x \in X$，$y \in Y$，$z \in Z$に対して，

$$[T(x,\ z) \to (Q(x,\ y) \to R(y,\ z))] = 1 \tag{33}$$

であることから，(5)より，

$$(Q(x,\ y) \to R(y,\ z)) \geq T(x,\ z) \tag{34}$$

よって，

$$\bigwedge_{y \in Y} [Q(x,\ y) \to R(y,\ z)] \geq T(x,\ z) \tag{35}$$

すわなち，

$$(Q @ R)\ (x,\ z) \geq T(x,\ z) \tag{36}$$

一方，(7)と(34)より，

$$R(y,\ z) \geq (Q(x,\ y) \wedge T(x,\ z)) \tag{37}$$

ゆえに，

$$R(y,\ z) \geq \bigvee_{x \in X} [Q^{-1}(y,\ x) \wedge T(x,\ z)] \tag{38}$$

すなわち，

$$R(y,\ z) \geq (Q^{-1} \circ T)\ (y,\ z) \tag{39}$$

となり，定理３，定理４，定理５で示されたことがらは直観論理で解釈されたことになる。

５．互いに双対なファジィシステム

定理２および定理３～５で扱れたファジィ関係に対する２種類の合成○と@は，２種類のファジィ入出力システムの合成と見なすことができる。すわなち，$Q \in \mathcal{L}(X \times Y)$，$R \in \mathcal{L}(Y \times Z)$，$T \in \mathcal{L}(X \times Z)$はXが１点集合で与えられたならば，Qをファジィ入力，Tをファジィ出力，Rをその間のファジィ入出力関係と考えるのである。

〔定義10〕　ファジィ入力$A \in \mathcal{L}(X)$，ファジィ入出力関係$R \in \mathcal{L}(X \times Y)$に対し，そのファジィ出力として$A \circ R \in \mathcal{L}(Y)$をとるファジィシステムをModel－Ⅰと呼び，$A @ R \in \mathcal{L}(Y)$をファジィ出力とするものをModel－Ⅱと呼ぶ。

〔補題１〕　$A,\ A',\ A'' \in \mathcal{L}(X)$，$R \in \mathcal{L}(X \times Y)$に対し，$A' \subseteq A \subseteq A''$ ならば，

$$A' \circ R \subseteq A \circ R \subseteq A'' \circ R \tag{40}$$

$$A' @ R \supseteq A @ R \supseteq A'' @ R \tag{41}$$

（証明）　(3)，(11)，定義８および定義９より明らか。

〔補題2〕　$A \in \mathcal{L}(X)$, $B \in \mathcal{L}(Y)$ に対し,

$$(A@B)(x, y) = A(x) \rightarrow B(y) \tag{42}$$

$$(A \circ B)(x, y) = A(x) \wedge B(y) \tag{43}$$

で与えられるファジィ関係をそれぞれ, $R^{\mathrm{I}} = A@B$, $R^{\mathrm{II}} = A \circ B$ とすれば,

R^{I} は $\{R \in \mathcal{L}(X \times Y) \mid A \circ R \subseteq B\}$ の最大元であり,

R^{II} は $\{R \in \mathcal{L}(X \times Y) \mid A@R \supseteq B\}$ の最小元である。

（証明）　定理2の③, 定理5より明らか。

このとき, 双対ということばを, ○と@, ⊆と⊇を入れ換えても命題が成り立つという意味で用いると, 次の定理が得られる。

〔定理6〕Model－ⅠとModel－Ⅱは, 直観論理に基づく互いに双対なファジィシステムである。

6. 数　値　例

定義3で述べたように, 集合X上のファジィ集合Aは, $A: X \rightarrow \Omega$ なる関数として与えられるが, ここでは簡単のため, Ωを特殊なcHa〔0, 1〕で置き換えることにする。すなわち,

$$A: X \rightarrow [0, 1] \tag{44}$$

とすれば, これはZadeh[8]によって与えられた定義に帰着する。また, (44)は次のようにも書くものとする。

$$A = \int_{x \in X} A(x) / x \tag{45}$$

ここで, ∫は全体にわたる和（union）を表す。

いま, $X = \{x_1, x_2\}$, $Y = \{y_1, y_2\}$ とするとき, $A \in \mathcal{L}(x)$ すなわち, $A = a_1/x_1 + a_2/x_2$ を　$A = (a_1, a_2)$ と略記する。ただし, $a_1 = A(x_1)$, $a_2 = A(x_2)$ とする。同様に, $R \in \mathcal{L}(X \times Y)$ すなわち,

$R = r_{11}/(x_1, y_1) + r_{12}/(x_1, y_2) + r_{21}/(x_2, y_1) + r_{22}/(x_2, y_2)$　　のことを,

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix}$$

と書くことにする。

そして, 定義2で与えられた演算→は, $\Omega = [0, 1]$ とすれば, 次のように具体的に表される。

$$p \rightarrow q = \begin{cases} 1 & (p \leq q のとき) \\ q & (p > q のとき) \end{cases} \tag{46}$$

まず, Rを,

$$R = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.7 & 0.8 \end{pmatrix}$$

と固定して，Aを変化させることを考える。すなわち，

$$A' = (0.2 \quad 0.3)$$
$$A \ = (0.4 \quad 0.6)$$
$$A'' = (0.5 \quad 1.0)$$

とするとき，Model－ⅠとModel－Ⅱでの出力を計算する。Model－Ⅰでは，

$$(0.2 \quad 0.3) \circ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.7 & 0.8 \end{pmatrix} = (0.3 \quad 0.3)$$

$$(0.4 \quad 0.6) \circ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.7 & 0.8 \end{pmatrix} = (0.6 \quad 0.6)$$

$$(0.5 \quad 1.0) \circ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.7 & 0.8 \end{pmatrix} = (0.7 \quad 0.8)$$

となり，Model－Ⅱでは，

$$(0.2 \quad 0.3) @ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.7 & 0.8 \end{pmatrix} = (1.0 \quad 1.0)$$

$$(0.4 \quad 0.6) @ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.7 & 0.8 \end{pmatrix} = (1.0 \quad 0.2)$$

$$(0.5 \quad 1.0) @ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.7 & 0.8 \end{pmatrix} = (0.7 \quad 0.2)$$

となる。これらは，$A' \subseteq A \subseteq A''$のとき，

$$A' \circ R \subseteq A \circ R \subseteq A'' \circ R$$
$$A' @ R \supseteq A @ R \supseteq A'' @ R$$

となって，補題1が成り立つことを示している。

次に，AとRは上で与えたものを用いて，Model－ⅠとModel－Ⅱに関し，補題2の主張を確かめてみる。

Model－Ⅰにおいて，$B^{\mathrm{I}} = A \circ R$とおけば，

$$\begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.6 \end{pmatrix} @ (0.6 \quad 0.6) = \begin{pmatrix} 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 \end{pmatrix}$$

であることから，

$$A^{-1} @ B^{\mathrm{I}} = A^{-1} @ (A \circ R) \supseteq R$$

また，

$$(0.4 \quad 0.6) \circ \begin{pmatrix} 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 \end{pmatrix} = (0.6 \quad 0.6)$$

であることから，

$$A \circ (A^{-1} @ B^{\mathrm{I}}) \subseteq B^{\mathrm{I}}$$

が成り立っていることがわかる。Model－Ⅱに関しては，$B^{\mathrm{II}}=A@R$とおくと，

$$\begin{pmatrix}0.4\\0.6\end{pmatrix}\circ(1.0\quad 0.2)=\begin{pmatrix}0.4 & 0.2\\0.6 & 0.2\end{pmatrix}$$

であることから，

$$A^{-1}\circ B^{\mathrm{II}}=A^{-1}\circ(A@R)\subseteq R$$

また，

$$(0.4\quad 0.6)@\begin{pmatrix}0.4 & 0.2\\0.6 & 0.2\end{pmatrix}=(1.0\quad 0.2)$$

であることから，

$$A@(A^{-1}\circ B^{\mathrm{II}})\supseteq B^{\mathrm{II}}$$

が成り立っていることがわかった。

ここで，$A\in\mathcal{L}(X)$に対し，A^{-1}はAと同等に扱えるので，補題2で考えた$R^{\mathrm{I}}=A@B$，$R^{\mathrm{II}}=A\circ B$は上の例で示したように，それぞれ$R^{\mathrm{I}}=A^{-1}@B$，$R^{\mathrm{II}}=A^{-1}\circ B$としてもよいことに注意する。

7．お　わ　り　に

Model－ⅠとModel－Ⅱが直観論理に基づく互いに双対なファジィシステムになっていることが明らかになった。応用の面から見れば，Model－Ⅰは入力が大きくなれば出力も大きくなるといった構造になっているので，何らかの因果関係が介在する入出力システムとなっていると考えられるのに対し，Model－Ⅱは，入力が大きくなれば出力は小さくなるといった構造となっていることから，条件を多くすれば得られる対象はより少なるという意味での，いわゆる評価のシステムと考えることができる。

また，理論の面から見れば，Goguen[3]によって展開されたL－ファジィ論理を直観論理として言い換えることにより，Model－ⅠとModel－Ⅱの妥当性が直観論理によって解釈されたことになる。しかしながら，竹内[7]が指摘しているように，直観主義的集合論の体系$\vee^{(\Omega)}$において，$\Omega=$〔0，1〕という特殊なcHaで与えられるものがファジィ集合論の体系であると見なすならば，従来のファジィ集合論は古典論理で間に合うような部分を重点的に取り扱っているように考えられる。よって，本論文で展開したような直観論理に基づく扱いは，数字的には有益であろうと考えられる。

参　考　文　献

1）G. Birkoff : Lattice Theory, 3rd ed. American Mathematical Society Colloquium Publications, Vol. XXV, Providence, R.I. (1967)
2）J.A. Goguen : L-fuzzy sets, J. Math. Anal. Appl. 18, 145／174 (1967)
3）J.A. Goguen : The logic of inexact concepts, Synthese, 19, 325／373 (1968－1969)
4）E. Sanchez : Resolution of conposite fuzzy relation equations, Inform. Control, 30, 38／48 (1976)
5）E. Sanchez : Solutions in composite fuzzy relation equations : Application to medical diagnosis in Brouwerian logic, in : Fuzzy Automata and Decision Processes, 221／234, North-Holland, New York (1977)
6）竹内外史：直観主義的集合論，紀伊國屋書店（1980）
7）竹内外史：線形代数と量子力学，裳華房（1981）
8）L.A. Zadeh : Fuzzy Sets, Inforin. Control, 8, 338／353 (1965)
9）L.A. Zadeh : Fuzzy Sets and System, Paper Presented at 1965 Symposium on system Theory, Polytechnic Institute of Brooklyn (1965)

（1986年11月29日受理）

　